

# Lära ut matematik med hjälp av laborativ problemlösning

En fallstudie av hur en lärare arbetar med mattegömmor i årskurs 3.

Therese Fredriksson

Institutionen för matematikämnet och naturvetenskapsämnenas didaktik

Självständigt arbete på avancerad nivå 15 hp

Matematikämnet didaktik

Läroprogrammet (210 hp)

Höstterminen 2010

Handledare: Karim Hamza

Teaching mathematics through hands-on problem solving: A case study of how one teacher works with the mathematics task centre project in a grade three.



Stockholms  
universitet

# Lära ut matematik med hjälp av laborativ problemlösning

En fallstudie av hur en lärare arbetar med mattegömmor i sin matematikundervisning i årskurs 3.

**Therese Fredriksson**

## Sammanfattning/Abstract

Dagens och morgondagens kursplan i matematik kräver att problemlösning ska ha en central roll i matematikundervisning och att problemlösning ska ses som ett medel för att nå andra matematiska kompetenser. Jag har gjort en fallstudie kring hur en lärare börjar arbeta med laborativ problemlösning i form av mattegömmor i årskurs 3. För att samla in data har jag främst använt mig av observationer men jag har även intervjuat den observerade läraren samt gjort en enkät med eleverna. Hur läraren arbetar med mattegömmor och hur hon vägleder eleverna i dem har jag valt att analysera utifrån ett teoretiskt ramverk för hur läraren kan agera när han/hon undervisar genom problemlösning. Detta ramverk har jag haft som mål att förfina och göra mer detaljerat med hjälp av mina resultat.

Min studie visar att läraren kopplade problemen till elevernas vardag och tidigare erfarenheter samt fokuserade på att vägleda eleverna till att förstå problemet. Skolans och lärarens syfte med att börja arbeta med mattegömmor var att på sikt få eleverna mer delaktiga i sin kunskapsutveckling samt att eleverna inte skulle bli så frustrerade när det inte finns ett givet rätt svar. För lärarna som arbetar laborativt med problemlösning är det av stor vikt att de tydliggör för eleverna att de arbetar med matematik.

En slutsats är att mattegömmor inte automatiskt gör eleverna till bra problemlösare utan det är hur läraren väljer att använda sig av dem som påverkar resultatet. Mattegömmor är bara ett verktyg som läraren kan utgå från när han/hon vill arbeta laborativt med problemlösning.

Resultaten från min studie är användbara för lärare som planerar att börja använda sig av mattegömmor, eller någon annan metod för problemlösning, i sin undervisning. Resultaten bidrar dessutom med att förfina de teoretiska idéer om att undervisa genom problemlösning som finns, genom att föra in ett antal nya aspekter som framträder först i själva klassrumspraktiken

### **Nyckelord/Keywords**

Problemlösning, matematik, laborativt, mattegömmor

# Innehållsförteckning

<b>Inledning</b> .....	<b>1</b>
Frågeställningar och syfte.....	3
Teoretisk bakgrund.....	3
<b>Metod</b> .....	<b>7</b>
Val av metod för studien .....	7
Urval .....	7
Etiska aspekter .....	7
Datainsamlingsmetoder.....	8
Observationer .....	8
Intervjuer.....	8
Enkäter .....	9
Undervisningsmetod .....	9
Procedur .....	9
Databearbetning och tillförlitlighet .....	10
Validitet och reliabilitet.....	10
<b>Resultat</b> .....	<b>12</b>
Lärarens syfte med att använda sig av mattegömmor i matematikundervisningen .....	12
Hur läraren arbetar med mattegömmor i matematikundervisningen och hur hon vägleder eleverna i dem .....	14
Förstå problemet (Polya, 1970) .....	14
Göra upp en plan (Polya, 1970).....	15
Att genomföra planen (Polya, 1970) .....	15
Att se tillbaka (Polya, 1970).....	16
Vad min studie tillför ytterligare till Lesters åtgärder och Polyas faser vid problemlösning .....	17
Hur syftet syns i det läraren gör .....	18
<b>Diskussion</b> .....	<b>19</b>
<b>Litteraturförteckning</b> .....	<b>21</b>
<b>Bilagor</b> .....	<b>23</b>
Bilaga 1: Missivbrev.....	23
Bilaga 2: Observationsmall .....	24
Bilaga 3: Intervju .....	25
Förslag till frågor intervju .....	<b>Fel! Bokmärket är inte definierat.</b>
Bilaga 4: Enkät .....	26

# Inledning

Att arbeta med problemlösning i matematikundervisningen är för lärare ett krav eftersom i kursplanen för matematik står det att problemlösning ska ha en central roll i undervisningen, och att problemen lätt ska kunna kopplas till konkreta situationer i elevernas vardag, utan att eleverna i sin lösning behöver använda sig av ett matematiskt språk (Skolverket, 2000). Det är dock även viktigt att eleverna får möta matematiska problem som inte kan anknytas till verkligheten för att se om eleverna kan hantera strategierna även när problemen inte är anknutna till elevernas vardag (Skolverket, 2000).

Problemlösning är även ett av rammålen som ingår inom samtliga uppnåendemål för årskurs 3. Det står att eleven ska ha:

grundläggande kunskaper i matematik som behövs för att kunna undersöka elevnära matematiska problem, pröva och välja lösningsmetoder och räknesätt samt uppskatta och reflektera över lösningar och deras rimlighet (Skolverket, 2000).

I nya kursplanen för matematik ska problemlösning fortfarande ha en central roll i matematikundervisningen (Skolverket, 2011A).

Problemlösning är ett medel för eleverna att utveckla och tillämpa matematiska kompetenser och kan användas för att knyta den annars så abstrakta matematiken till elevernas konkreta verklighet. I ett problem är det inte tillräckligt att veta hur man beräknar med hjälp av algoritmer, utan man måste finna en lämplig strategi och kunna granska om lösningen är rimlig (Emanuelsson, m.fl., 1997).

I antologin Problemlösning (Emanuelsson, m.fl., 1991) tar flera författare upp lärarens roll vid problemlösning. Skoogh & Johansson (1991) poängterar t.ex. att lärarens uppgift är att undervisa om olika strategier som eleverna sedan får tillämpa. Men den är skriven när Läroplanen för grundskolan 1980 [Lgr80] var läroplanen som styrde skolan. I lgr80 var lärarens roll mer att undervisa om problemlösning. Läraren skulle ge elever strategier och verktyg för hur man kan tänka vid problemlösning. Dagens och morgondagens läroplaner strävar efter att läraren ska arbeta med matematik genom problemlösning. Detta innebär att eleverna ska få möjlighet att på egen hand finna strategier och konstruera kunskap genom att vara aktiva med sin omgivning samtidigt som undervisningen ska utgå från elevernas tidigare erfarenheter (Riesbeck, Schoultz & Wyndhamn, 2000).

Lester (1985) skriver att lärarens huvudmål vid problemlösning är att få eleverna att tänka själva. Lester poängterar även att instruktioner vid problemlösning kan göra mer skada än nytta om eleverna inte först och främst får möjlighet att tänka på egen hand. Enligt Lester ska läraren fokusera på processen istället för produkten. Vägen till det rätta svaret är viktigare än ett korrekt svar (Lester, 1985).

Griesser (2001) undersökte konsekvenserna av att ge traditionella<sup>1</sup> instruktioner vid problemlösning och förankrade<sup>2</sup> instruktioner för elevernas problemlösning. Hon jämförde om det var någon skillnad på elevernas traditionella problemlösningsförmåga, förmåga att formulera ett problem samt förmågan

---

<sup>1</sup> *Traditionella instruktioner* – Läraren ger i slutet av ett kapitel i läromedlet ett problem i form av en räknesaga som inte är kontextbunden. (Griesser, 2001)

<sup>2</sup> *Förankrade instruktioner*: Läraren försöker hjälpa eleven att bli aktiv i sitt lärande med hjälp av att ta tillvara på elevens intressen. Låta eleven få problemlösningssuppgifter som är förankrade i dennes intressen. Problemet är kontextbundet (Griesser, 2001)

att hantera problem i andra liknande situationer beroende på vilken instruktion de fått. Studien visade att elever som fått traditionella instruktioner hade ett bättre resultat när det gäller den traditionella problemlösningsförmågan, men när det gäller att formulera ett problem samt koppla strategierna till andra liknande situationer var skillnaden marginell. Resultatet kan dock ha påverkats av att förankrade instruktioner var nytt för eleverna. Flera tidigare studier exempelvis Allen (2007) visar att ett nytt arbetssätt till en början kan ge ett försämrat resultat. Men trots att resultatet blev bättre hos eleverna som fått traditionella instruktioner visade Griessers (2001) studie att elever hellre ser problemet än att läsa problemet. Griesser poängterar att det behövs mer forskning kring hur man inom matematikundervisningen kan arbeta med problemlösning. Även Lester (1994) betonar att tidigare forskning inte har givit lärarna ett tydligt verktyg hur man kan bedriva problemlösningsundervisning. Lester (1994) understryker att det framförallt krävs fler studier kring hur läraren kan bedriva matematikundervisning genom problemlösning då det är det som den nuvarande kursplanen i matematik eftersträvar.

Ett sätt att bedriva undervisning genom problemlösning är att arbeta med konkret material. Brown (2007) poängterar att konkret material inom matematiken ger en bättre förståelse vid bland annat problemlösning än skrivna material som man bara kan se och inte använda sig av i problemlösningen. Tidigare forskning visar att elever som egentligen inte gillar matematik tycker att det blir roligt när de får laborera med olika material. Allen (2007) undersökte om konkret material kan öka elevernas förståelse för matematik samt vilka effekter olika material har på elevernas attityder till matematik. Studien gjordes i årskurs 5. Resultatet av studien blev att konkret material har en positiv inverkan på elevens fortsatta utveckling inom matematik. Att använda sig av olika former av konkret material ökar dessutom elevens förmåga att förstå baskunskaper inom matematik. Men det måste få ta tid. Resultatet går inte att mäta efter någon enstaka månad.

Ett arbetssätt som fokuserar väldigt mycket på problemlösning på ett laborativt och konkret sätt är mattegömmor. Arbetssättet är skapat av australiensaren Douglas Williams. Min tolkning av mattegömmor är att det är ett arbetssätt där problemlösning kan användas både som ett mål och ett medel för att nå andra matematiska kompetenser. Detta arbetssätt menar Williams ska hjälpa eleverna att tänka som matematiker. Arbetssättet består av olika plastpåsar fyllda med olika materiel. Det finns ingen given lösning utan eleverna måste pröva sig fram genom att testa sig fram och använda sig av olika strategier. Eleverna kan arbeta enskilt eller i grupp. Genom att arbeta med mattegömmor utvecklas elevernas problemlösningsförmåga samtidigt som de får tillämpa matematiska kompetenser de redan utvecklat samt lär sig nya matematiska kunskaper.

## Frågeställningar och syfte

Syftet med min studie är att få en djupare förståelse för, samt bredare kunskap om hur man kan arbeta med problemlösning på ett konkret och laborativt sätt som metod i matematikundervisningen. Detta syfte kommer till uttryck i att jag utvecklar redan existerande teoretiska verktyg för hur man som lärare kan vägleda eleverna till en ökad förståelse. Min studie kompletterar därmed tidigare studier (Lester 1996; Polya 1970).

Följande frågeställningar har legat till grund för mina analyser:

**Hur arbetar läraren med mattegömmor i matematikundervisningen?**

**Hur vägleder läraren elever som behöver hjälp under mattegömmorna?**

**Vilka är lärarens syften med att använda sig av mattegömmor i matematikundervisningen?**

## Teoretisk bakgrund

Det finns ett par grundläggande principer som lärare bör förhålla sig till när de undervisar i problemlösning (Lester, 1996). Först måste läraren ge eleverna möjlighet till att lösa många olika typer av problem. För det andra måste läraren vara medveten om att elevernas problemlösningsförmåga inte utvecklas över en dag utan är en lång process som måste få ta sin tid. För det tredje är lärarens engagemang vid problemlösning en viktig del därför att det avspeglar sig på eleverna. Läraren måste tydligt visa hur viktigt det är att kunna lösa problem (Lester, 1996).

Vilken typ av vägledning läraren ska ge eleverna vid problemlösning är viktigt eftersom eleverna väldigt sällan blir bra problemlösare utan lärares hjälp. Men läraren ska enbart observera eleverna när de arbetar med problemlösning, fråga hur de tänker och resonerar och endast i nödfall ge eleverna idéer till att lösa problemet (Lester, 1996).

Lester (1996) har tillsammans med kollegor utformat en undervisningsstrategi som har visat sig vara framgångsrik på skolor i USA när eleverna arbetar med problemlösning. Lester har utformat en tabell som läraren kan använda sig av vid problemlösning (Tabell 1). Den förutsätter dock att läraren först har genomgång i helklass, sedan får eleverna arbeta individuellt eller i grupp och avslutningsvis har en diskussion i helklass. Hur läraren arbetar med problemlösning har jag valt att analysera utifrån denna tabell.

**Tabell 1:** Potentiella lärarakтивiteter vid undervisning genom problemlösning. Efter *Lester (1996, s. 90)*

Verksamhet	Lärarakтивiteter vid problemlösning Lärarakтивitet	Avsikt
Lektionssamtal före problemlösningen	1. Läs problemet för klassen eller låt en elev läsa. Diskutera ord och formuleringar efter behov.	Illustrera betydelsen av att läsa problem noggrant för att förstå bra.
	2. Ställ frågor som är relaterade till förståelsen av problemet. Fokusera på vad det frågas efter och vilka data som behövs för att lösa problemet	Betona uppmärksamhet vad gäller betydelsefulla data och förtydliga besvärliga delar av problemet.
	1. Låt eleverna föreslå möjliga lösningsstrategier. Censurera inte och värdera inte idéerna vid det här tillfället. (När eleverna är mer framgångsrika kan denna aktivitet undvaras).	Renodla idéer som gäller möjliga vägar att lösa problemet. Uppmuntra flexibilitet och upptäckande.
Aktiviteter under elevernas arbete med problemet	3. Studera eleverna medan de löser problemet. Ställ frågor om deras arbete.	Diagnostisera elever styrka och svaghet i problemlösning. Utveckla deras förmåga att reflektera kring sitt arbete.
	4. Ge ledtrådar till elever som kört fast eller blivit alltför frustrerade. Ställ frågor som hjälper eleverna att förstå problemet om det behövs.	Hjälpa eleverna att komma över "oöverstigliga" hinder i problemlösningen och undvika negativa attityder. Hjälpa dem lära sig hur man använder speciella strategier.
	5. Be eleverna kontrollera sitt arbete mot förutsättningarna när de fått fram ett svar.	Utveckla elevers förmåga att utvärdera sitt arbete.
	6. Ge en variant av problemet till elever som är tidigt färdiga med en lösning. (Till alla elever om tiden tillåter).	Hjälpa elever generalisera sina lösningar.
Lektionssamtal efter elevernas problemlösning	7. Diskutera elevernas lösningar på problemet. Visa på olika sätt att lösa problemet.	Stödja elevers lärande kring när och hur man använder en särskild strategi. Stimulera till flexibilitet.
	8. Jämför det lösta problemet med problem som lösts tidigare. Diskutera lösningsvarianter.	Utveckla överspridning av lärande.
	9. Diskutera speciella inslag i problemet sådana som överflödigt eller missledande information.	Hjälpa elever känna igen probleminnehåll som påverkar hur problemen.

Enligt Polya (1970) är syftet med vägledningen att hjälpa eleven, men eleven ska i den mån det är möjligt arbeta självständigt. Om vägledning behövs för att komma vidare med problemet ska läraren emellertid hjälpa till. Dock inte för mycket och inte för lite, därför måste läraren finna en balans i hur mycket vägledning eleven behöver för att kunna gå vidare på egen hand. När läraren väl hjälper en

elev måste hon sätta sig in i vad eleven har för tidigare erfarenheter och försöka förstå hur eleven ser på problemet. Vägledningen ska bli så naturlig som möjligt så eleven i efterhand kan känna att hon kunde ha kommit på detta på egen hand. För att hjälpa eleven på ett naturligt sätt kan läraren upprepa likadana frågor t.ex. Vad är problemet? Vad är det som ska räknas ut? osv. Läraren kan även lägga betoningen på vissa ord så att eleven har möjlighet att förstå vart fokus ska riktas.

Frågorna och uppmaningarna som läraren ställer ska vara allmängiltiga vilket innebär att frågorna och uppmaningarna ska kunna användas i alla olika typer av problem. De ska inte vara begränsade till ett specifikt problem. När eleverna fått höra dessa frågor och uppmaningar av läraren vid upprepade tillfällen vid olika problem kan eleven börja ställa dessa frågor till sig själv och komma vidare på egen hand.

Polya menar att man vid problemlösning genomgår fyra olika faser: *Förstå problemet, göra upp en plan, genomföra planen* samt *att se tillbaka*.

### *Förstå problemet*

Det är rimligt att eleverna först och främst måste förstå problemet för att kunna bearbeta det och slutligen lösa det. Om eleverna förstår problemet är det mer troligt att de även får en önskan av att vilja lösa det. Läraren har i denna fas en viktig roll. Läraren måste verkligen se till att eleverna har förstått problemet, men hon måste även använda sig av problem som är lagom svåra och som intresserar eleverna. Läraren ska även enligt Polya avsätta mycket tid för att förklara problemet och göra det intressant för eleverna.

För att till en viss del säkerställa att eleverna förstått problemet kan läraren be eleverna omformulera problemet. Om eleven snabbt och enkelt kan göra en omformulering är det ytterst troligt att hon förstått problemet.

### *Göra upp en plan*

Från det att man förstått ett problem kan det ta lång tid innan man kommit på ett sätt att lösa problemet. Det är i denna fas lärarens frågor och uppmaningar kan ge bra vägledning för eleverna hur de kan lösa problemet. Läraren ska sätta sig in i hur eleven ser på problemet och utgå från elevens tidigare erfarenheter. Frågorna som läraren ställer ska vara naturliga för eleven och allmängiltiga.

### *Att genomföra planen*

I denna fas måste läraren våga vara passiv. Om läraren ger en plan eller strategi till eleverna finns det risk att eleven inte vet alternativt kommer ihåg hur den ska genomföra den. Läraren ska låta eleverna få prova själva.

Läraren kan hjälpa eleverna genom att be dem bevisa varför de fungerar att använda en viss strategi. Att inse att en strategi fungerar kräver inte lika djup förståelse som att bevisa varför den fungerar.

### *Att se tillbaka*

I fasen att se tillbaka ska läraren föra fram budskapet till eleverna att man alltid kan lösa ett problem bättre och på flera olika sätt. Läraren ska låta eleverna få möjlighet att finna samband och i efterhand kunna dra paralleller till andra liknande situationer där samma lösningsstrategi går att tillämpa

### *Syntes mellan Lester och Polya*

I analysen har jag kombinerat Polyas faser med Lesters schema på följande sätt. *Att förstå problemet* samt *göra upp en plan* hör samman med de åtgärder som är fokuserade på momentet ”före



problemlösning” i Lesters tabell. Fasen *att genomföra planen* har jag lagt in under ”arbeta med problemet” och *att se tillbaka i* ”efter problemet”.

Sammanfattningsvis ger dessa tabeller en konstruktivistisk syn på lärande eftersom elevernas förståelse för problemet är grunden för undervisningen. Eleverna ska inte ta emot kunskap utan få möjlighet att upptäcka kunskapen på egen hand genom undervisningen som läraren utformat. Läraren ska enbart vara en mellanhand mellan eleverna och matematiken genom att forma undervisning som är anpassade efter elevernas tidigare kunskaper och erfarenheter. Läraren ska även ge eleverna möjlighet till att kommunicera med varandra hur de tänker och förstår problemet. (Ahlberg, 1995).

Ett konstruktivistiskt synsätt är även det som är mest lämplig enligt Riesbeck, Schoultz och Wyndhamn (2000) om man vill bedriva undervisning genom problemlösning som dagens och morgondagens läroplan eftersträvar.

# Metod

## Val av metod för studien

En studie kan inha två utgångspunkter. Vill man göra en bred studie med många individer involverade är det mest lämpligt att använda sig av en kvantitativ metod. Kvantitativa metoder går inte ned på djupet. I kvantitativa metoder används ofta data som går att sätta in i olika tabeller och diagram. Syftet är att få en bred studie i sin undersökning.

Ifall syftet med studien är att fokusera på något avgränsat och verkligen gå in på detaljer är en kvalitativ metod att föredra. I kvalitativ forskning kan man intervjua och observera några få individer och lägga tyngdpunkten på de resultat man där får fram. Syftet i en kvalitativ studie är att inom ett avgränsat område få en djupgående förståelse (Repstad, 2007).

Jag valde att använda mig av den kvalitativa metoden därför att jag ville få ett djup i min studie. Jag har gjort en tydlig avgränsning som jag lägger min fokus på.

## Urval

Eftersom mitt syfte med examensarbetet var att få en djupare förståelse och bredare kunskap om hur man kan arbeta laborativt och konkret med problemlösning var jag tvungen att hitta en skola som arbetar med det. Men jag hade även kravet att arbetssättet skulle vara nytt för både lärare och elever därför att jag ville se hur läraren går tillväga i uppstarten av ett nytt arbetssätt.

Därför blev det en F-6 skola som arbetar konkret och laborativt med problemlösning genom ett arbetssätt som kallas mattegömmor.

Läraren jag observerat har jag i arbetet valt att kalla för Anna. Anna har en årskurs 3 på skolan med 25 elever. Hon har varit färdigutbildad lärare i fem och ett halvt år och har arbetat på denna skola i två och ett halvt år. Under hennes utbildning var hennes inriktning matematik i samspel med svenska.

## Etiska aspekter

Det finns särskilda forskningsetiska principer som man måste ta hänsyn till när man gör en studie som involverar människor. Dessa har Vetenskapsrådet (2002) utformat och är ett krav att följa om en studie ska vara etiskt korrekt genomförd.

När man vill göra en studie är det viktigt att ha ett tydligt syfte och bevisa att det går att få ny information av studien som kan driva forskningen framåt. Detta för att forskningskravet ska väga tyngre än individskyddskravet. Men det är viktigt att även ta hänsyn till individerna som ingår i studien. Om en studie är av känslig karaktär och deltagarna kan ta illa vid sig bör man tänka efter om studien är lämplig. Jag bedömer det som att min studie inte riskerar att deltagarna i min undersökning kan skadas av innehållet. Innehållet i studien bedömer jag inte är av känslig karaktär. Jag följer de fyra huvudkraven: Informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet samt nyttjandekravet som ingår i individskyddskravet.

Innan jag påbörjade min studie informerade jag berörda lärare och elever vad jag skulle skriva om samt vad jag gjorde i klassrummet. Jag skickade även ut ett missivbrev till elevernas föräldrar eftersom eleverna är under 15 år. Jag poängterade att det var frivilligt att delta och att de när som helst

kunde avbryta sin medverkan samt att mitt insamlade material enbart kommer att användas i min studie. Jag betonade också att jag gör denna studie för att få en fördjupad förståelse och ett konkret verktyg som man kan använda sig av när man i undervisningen vill arbeta med problemlösning.

Deltagarna i studien är helt anonyma och när jag har använt mig av namn är de pseudonyma. Jag ger även inga ledtrådar som kan spåras till kommunen, skolan, klassen eller de enskilda deltagarna. Allt för att skydda individerna som deltagit i min studie.

## **Datainsamlingsmetoder**

Jag valde att göra en fallstudie. Johansson & Svedner (2010) anser att det är den mest lämpliga metoden om man ska undersöka en undervisningsform. Jag valde att följa en lärare som jag vet precis ska börja arbeta med mattegömmor och som har gått kurser för att veta hur hon ska kunna använda sig av dem i sin matematikundervisning. I min studie motsvarar den valda läraren och klassen verkligheten i hur man didaktiskt kan använda sig av mattegömmor. Jag hade ett avgränsat och tydligt fokus på vad jag skulle lägga min uppmärksamhet på (Ejvegård, 2009).

I en fallstudie använder man sig av flera olika metoder för att samla in material och data till studien (Johansson & Svedner, 2010). Jag valde att använda mig av observationer, intervjuer samt enkäter.

### **Observationer**

Under mina fyra observationer var min primära uppgift att observera. Jag var inte delaktig i lektionen utan jag satt längst bak i klassrummet och förde löpande anteckningar. Därför blir min observation enligt Björndal (2005) av första ordningen. Om jag samtidigt under min observation varit delaktig i verksamheten hade det blivit en observation av andra ordningen (Björndal, 2005). Vid en sådan observation delas koncentrationen mellan observationen och verksamheten.

Jag valde att använda mig av ett observationsschema med kolumnerna: Verksamhet, Elevagerande och Läraragerande därför att jag visste vad jag behövde fokusera på under observationerna för att få svar på mina frågeställningar: Hur läraren arbetar med mattegömmor samt hur läraren vägleder elever som vill ha hjälp under mattegömmorna. Därför gjorde jag löpande observationer av kritiska händelser, vilket enligt Johansson & Svedner (2010) är en bra observationsmetod om man vet exakt vad det är man ska observera. Med kritiska händelser menas att man fokuserar på enskilda detaljer under observationen.

Innan mina observationer informerade jag för både lärare och elever varför jag var i deras klassrum samt förklarade vad det var jag skulle observera under lektionerna. På så sätt blev mina observationer öppna observationer enligt Repstad (2007). Med hänsyn till etiska aspekter är det mest lämpligt att använda sig av en öppen observation (Repstad, 2007). Under observationerna använde jag mig av bandinspelning på två olika ställen. En där jag satt, samt en som läraren gick omkring med. Detta för att jag inte skulle missa någon viktig detalj. Detta ansåg jag var viktigt eftersom min huvudmetod var observationer. Men under mina första observationer insåg jag att bandinspelning inte var nödvändig eftersom jag fokuserade på kritiska händelser och jag hann anteckna utan att missa någonting som jag har användning av i min analys.

### **Intervjuer**

Jag gjorde en halvstrukturerad kvalitativ intervju med läraren därför att jag visste vad jag hade för syfte med intervjun och vad jag ville ha svar på för frågor Även fast jag hade bestämda frågor var det

enbart en mall. Ofta flöt frågorna in i varandra så alla frågor blev inte ställda. Jag använde mig även av underfrågor relaterade till informantens svar för att få mer djup i svaren. För att ha möjlighet att ställa underfrågor var jag väl påläst kring arbetssättet mattegömmor (Kvale, 1997). Informanten fick tillgång till mina frågor två dagar innan intervjun för att jag skulle få större chans att få mer uttömmande och genomtänkta svar. Genom att jag varit i klassen och observerat fyra gånger samt varit och träffat informanten utanför observationerna i kurser kring mattegömmor bedömer jag att jag fått ett förtroende hos henne och det kändes som hon vågade ge mig ärliga svar och inte svarade så som hon trodde att jag ville att hon skulle svara. Jag försökte att använda tystnaden som metod för att ge informanten möjlighet till att tänka efter och reflektera (Johansson & Svedner, 2010).

## **Enkäter**

Enkäten var enbart två sidor och med fasta svarsalternativ som Johansson & Svedner (2010) rekommenderar. Jag var även närvarande när eleverna gjorde enkäten så de kunde ställa frågor om det var någon fråga de inte förstod. Varje fråga fokuserade enbart på en sak och var korta och tydliga.

## **Undervisningsmetod**

Mattegömmor är ett arbetssätt där eleverna får möjlighet att arbeta som matematiker. I mattegömmorna fokuserar man på processen och inte produkten. Lärarens roll är att göra eleverna uppspelta och engagerade till att lösa problemen. Mattegömmorna består av olika påsar där det finns konkret material och problem till uppgiften som ska genomföras. Läraren kan också använda en mattegömma i helklass genom att omformulera problemet och skriva ut material i pappersform som eleverna kan använda sig av. Det som står i fokus under mattegömmorna är konkret material och kommunikation. Eleverna ska vara i centrum och problemen är kopplade till deras vardag. När eleverna löst en mattegömma är inte syftet att gå vidare till en annan utan utforska om det går att lösa uppgiften på något annat sätt. Det finns mängder av fortsättningar på varje mattegömma.

Lärarens främsta uppgift är att ge eleverna frågor kring problemet istället för att ge förklaringar kring problemet (Williams, 2010-11-08).

## **Procedur**

När jag hade bestämt mig för att göra en studie kring mattegömmor tog jag kontakt med en skola som jag fått information om skulle starta projektet i deras verksamhet. Jag mailade läraren som var initiativtagare till projektet på skolan och fick respons. Vi bestämde att innan jag påbörjat mitt examensarbete skulle komma till skolan och hälsa på henne och hennes elever. Jag presenterade mig för eleverna och berättade att jag kommer komma tillbaka senare i höst och observera dem när de arbetar med mattegömmor. Därefter var jag med på en matematiklektion för att få en inblick i hur eleverna i vanliga fall arbetar med matematik i denna klass.

När jag väl var där blev jag erbjuden att gå en kurs kring mattegömmor med Maria Lindroth och Per Berggren som kursledare (Föreläser om mattegömmor i Sverige och har ett samarbete med Douglas Williams). Under denna kurs fick jag en tydlig inblick i arbetssättet och information om vart jag kan finna mer fakta kring arbetssättet.

Därefter mailade jag läraren jag tidigare kontaktat och vi kom överens om att min studie skulle fokusera på enbart hennes klass. Jag bifogade ett brev till föräldrarna (Se bilaga) som hon sände till

föräldrarna via elevernas veckobrev två veckor innan studien eventuellt skulle starta. Även fast det inte är eleverna som är i fokus så ville jag ändå att både föräldrar och elever skulle veta om vad som pågick och få deras accepterande.

När jag haft min första individuella handledning och fått mitt syfte och frågeställningar genomförbara och accepterade tog jag återigen kontakt med läraren och berättade vad jag skulle observera och att det skulle vara värdefullt för mig om hon kunde ha en diktafon på sig så jag inte riskerade att missa något hon säger under observationerna, och om hon hade några funderingar kunde hon kontakta mig. Innan jag gjorde min första observation bestämde jag möte med läraren och berättade återigen mitt syfte och mål: Att jag ville se hur hon använder sig av mattegömmor samt hur hon vägleder elever som vill ha hjälp när de arbetar med mattegömmor. Jag förklarade att anledningen till att jag ville att hon hade inspelningsmaterial på sig var för att jag ville analysera vägledningen utifrån hennes perspektiv och inte ville riskera att jag missar någonting. Läraren förklarade att under min första observation kommer det vara första undervisningstillfället som eleverna får arbeta med mattegömmor, men även första gången hon själv undervisade i en mattegömma.

Observationerna skedde alltid i halvklass och jag observerade samma lektion två gånger. Totalt gjorde jag fyra observationer av två lektioner. Under observationerna satt jag längst bak i klassrummet för att inte riskera att störa undervisningen och det gjorde att jag hade god insyn i lärarens arbete.

Efter fyra observationer intervjuade jag läraren direkt efter den fjärde observationen. Information om intervjun finns under rubriken intervju.

Dagen efter intervjun återkom jag till klassen och delade ut en enkät till eleverna som de fick besvara medan jag var närvarande i klassrummet. Detta gjorde jag därför att jag då hade möjlighet att hjälpa eleverna om det var någon fråga de inte förstod.

## **Databearbetning och tillförlitlighet**

Mina data har jag valt att bearbeta genom att transkribera och sammanställa och därefter analyserat utifrån de ramverk jag beskrivit i min teoretiska bakgrund. Sammanställningarna och transkriberingen gjorde jag direkt efter observationerna och intervjuerna ägt rum.

Jag transkriberade min intervju (se bilaga) och sammanställde mina observationer. Även fast jag transkriberat hela min intervju ordagrant är det ändå omöjligt för en som enbart läser min transkription att sätta sig in i dialogen eftersom det är en utskrivna version av intervjun bortkopplat från sammanhanget samt utan betoningar (Kvale, 1997).

Eftersom mina observationer fokuserade på kritiska händelser kändes det irrelevant att transkribera dem eftersom jag redan tydligt hade noterat det jag skulle ha användning av i mitt arbete.

### **Validitet och reliabilitet**

För att uppnå kraven för validitet krävs det att man undersökt det som man haft som syfte i sin studie (Kullberg, 2004).

Min studie uppfyller kraven för validitet därför att jag anser att mitt insamlade material är relevant till min problemformulering. Det finns ett tydligt samband mellan mitt problem och mitt insamlade material (Hartman, 2003). Mitt insamlade material mäter alltså det jag vill mäta i min studie (Ejvegård, 2009).

Resultatet jag fått fram genom enkäterna kan jag dock inte göra en validitetsprövning av eftersom det inte finns något verkligt utfall jag kan jämföra mina data med.(Ejvegård, 2009). Men jag hävdar dock att mitt insamlade material ger en sann bild av det jag undersökt samt att jag uppfyller kraven för innehållsvaliditet därför att mina resultat täcker upp alla mina frågeställningar (Johansson & Svedner, 2010).

För att uppnå kraven för reliabilitet måste studien vara tillförlitlig och gjord på ett pålitligt sätt, vilket innebär att studien ska vara noggrant gjord så att resultatet är trovärdig. (Kullberg, 2004)

Jag uppfyller kraven för reliabilitet då allt mitt insamlade material har samlats in på samma sätt. Jag satt alltid på samma plats i klassrummet under mina observationer och fokuserade på samma händelser under samtliga. Intervjun med läraren gjorde jag direkt efter den sista observationen så att läraren hade möjlighet att komma ihåg saker jag noterat under observationen (Johansson & Svedner, 2010).

Svårigheterna med dessa begrepp i kvalitativa studier är dock att de är avsedda att användas i kvantitativa studier. Därför avser dessa begrepp inom kvalitativa studier även att studien som helhet är noggrant gjord, från förberedelser till diskussion (Kullberg, 2004). Därför har jag tydligt och koncist förklarat hur jag gått tillväga genom hela min studie under rubriken procedur.

# Resultat

**Under resultat analyserar jag mitt insamlade material och kopplar det till mina frågeställningar. Jag avslutar med att tydliggöra hur det jag såg i min studie kompletterar och preciserar de analytiska verktyg som jag använt mig utav.**

För att förstå mitt resultat vill jag först beskriva problemen eleverna arbetade med under observationerna.

**Observation 1 och 2:** Eleverna ska parkera tre bilar på tre parkeringsplatser på så många olika sätt som möjligt.

**Observation 3 och 4:** Eleverna ska bilda kuber på så många olika sätt som möjligt med hjälp av ett konkret material där kuben de bildat kan vecklas ut till ett kubnät alternativt tvärtom.

## Lärarens syfte med att använda sig av mattegömmor i matematikundervisningen

### Lärarperspektiv

#### *Konkret material*

Utifrån skolans ansökan till skolverket var syftet med att börja arbeta med mattegömmor utifrån ett lärarperspektiv att få ett konkret material som de kunde implementera i deras befintliga material för att få en bättre variation i undervisningen. Lärarna ska känna sig trygga i att använda sig av mattegömmor.

Anna förklarade vikten av ett konkret material under intervjun:

Vi lärare ville för det första få ett konkret material som vi då skulle implementera i vårt gamla material för att få mer variation.

#### *Kompetens*

Därför var ett kortsiktigt mål med mattegömmor att höja kompetensen hos lärarna samt att lärarna skulle få insikt om vikten av att eleverna ska bli kompetenta problemlösare. Lärarna ska få utveckla sin egen problemlösningsförmåga för att bättre kunna ha undervisning i det samt att kunna bedöma och utveckla elevernas problemlösningsförmåga. På längre sikt är syftet att mattegömmor ska utveckla lärarnas förmåga att stötta eleverna till att våga resonera sig fram till strategier och olika lösningar samt olika sätt att dokumentera.

Citat från intervjun:

Vi skulle själva utveckla förmågan med problemlösning. Alltså för barnens skull genom att vi läser in oss på lärarhandledningen och följdfrågorna så lär vi oss jättemycket istället för att bara stå där framme eller ha matteboken.

Anna förklarar att det finns en risk att lärare ser nackdelarna istället för fördelarna med mattegömmor. Det kan för en utomstående verka som att det blir väldigt rörigt i klassrummet vilket kan leda till att man undviker att arbeta med mattegömmor istället för att se fördelarna med dem. Eleverna får möjlighet att arbeta som matematiker genom att de får testa sig fram, göra om, finna lämpliga strategier och olika sätt att dokumentera sina lösningar osv. Lärarna ska få eleverna att förstå att

processen är viktigare än produkten. Rätt svar är inte lika intressant som hur eleven kom fram till svaret.

## **Elevperspektiv**

### *Delaktighet*

Skolans och lärarnas syfte med att använda sig av mattegömmor ur ett elevperspektiv är att elevernas inställning och lust till att lära matematik ska utvecklas. I mattegömmor är kommunikation en viktig del i problemlösningen därför är syftet även att utveckla elevernas kommunikativa förmåga. Ett långsiktigt mål med arbetet med mattegömmor är att eleverna ska få möjlighet att bli mer delaktiga i sin egen kunskapsutveckling när det gäller förmågan att lösa matematiska problem samt bygga upp ett matematiskt tänkande både individuellt och tillsammans med andra. Lärarna har vid tidigare nationella prov och PRIM-prov märkt att eleverna blir frustrerade när det inte finns ett givet rätt svar. Därför hoppas lärarna att eleverna ska bli mer tålmodiga och kunna acceptera att alla problem inte har ett givet rätt svar, utan man får prova sig fram och på så sätt finns det ingen som misslyckas.

### *Förståelse*

För att eleverna ska förstå att de lär sig matematik när de arbetar med mattegömmor poängterar Anna att det är av stor vikt att läraren berättar för eleverna innan lektionen startar att det är matematik. Processen som eleverna går igenom vid en mattegömma borde genomsyra all matematik de arbetar med förklarar Anna. Att man ska prova sig fram tills man finner ett rimligt svar. Det är genom vägen till svaret som man lär sig matematik menar hon. Läraren har därför en viktig roll om man ska kunna lära matematik genom problemlösning och i det här fallet genom mattegömmor. Eleverna måste få en förståelse för att matematiken även finns i deras vardag och inte enbart i matematikboken. Som t.ex. problemet med att parkera bilar i ett garage. Om man väl hittar mönstret i denna uppgift märker man att det går att använda multiplikation. Under mina observationer hittade samtliga elever sex lösningar med tre bilar på tre parkeringsplatser och vissa elever såg mönstret att varje färg kan enbart stå två gånger på varje parkeringsplats så var det ändå ingen som upptäckte iden att man då kan räkna ut det genom att ta  $2 \cdot 3$ . När Anna förklarade det verkade det som eleverna förstod och när hon sedan förklarade att fyra bilar på fyra parkeringsplatser kan räknas ut med  $6 \cdot 4$  såg man hur eleverna funderade men förstod nog inte riktigt. Generaliseringar måste få ta tid, det är inget man kan börja med efter ett fåtal lektioner, förklarade Anna under intervjun.

I den andra mattegömmor som jag observerade under min tredje och fjärde observation fick eleverna som jag tidigare nämnt i uppgift att bilda en kub av olika sorters kubnät. När eleverna skulle se om ett kubnät var samma fast spegelvänt eller uppochned, åt sidan osv. övades elevernas spatiala förmåga. Alltså att de klarar av att i huvudet vrida och vända på figurer och kunna se likheter och skillnader i de olika kubnäten. Anna nämnde inte detta för eleverna så jag är osäker på om eleverna såg någon matematik i detta.

När eleverna funnit massa kubnät men inte förstod att man kunde se ett mönster fick eleverna fortsätta med att försöka bilda olika figurer med så många sidor som möjligt. Då blev det diskussioner kring vad är en sida? vad är ett hörn? och vad är en kant?

På så sätt kommer det in så mycket mer matematik i problemen, och det är kanske just därför mattegömmor har fått namnet mattegömmor.



## Elevernas förståelse för syftet med mattegömmor

I enkäten jag gjorde med eleverna visade det sig att 15 av 23 elever ansåg att de lärde sig ganska mycket till väldigt mycket matematik när de arbetade med mattegömmor. De resterande åtta ansåg att de lärde sig lite matematik. Men ändå anser majoriteten än så länge att de lär sig mer matematik när de arbetar i matematikboken. En intressant aspekt var dock att mer än hälften ansåg att de skulle klara matematikmålen för årskurs 3 genom att fortsättningsvis enbart arbeta med mattegömmor.

## Hur läraren arbetar med mattegömmor i matematikundervisningen och hur hon vägleder eleverna i dem

Läraren arbetade i halvklass under matteggömmorna och alla arbetade med samma matteggömma. I början av lektionen delade hon in eleverna parvis och placerade dem utspritt i klassrummet. Eleverna blev indelade med någon som var ungefär jämbördig kunskapsmässigt berättade hon under intervjun. Innan de fick sitt första problem fick de först diskutera parvis om hur de tror en matematiker jobbar. Läraren kompletterade med något förslag. Sedan hade eleverna kommit på många punkter som faktiskt är syftet med matteggömmor som jag beskrivit ovan. Sedan sade läraren att de själva skulle få prova att arbeta som matematiker. På det sättet fick eleverna imitera hur en matematiker arbetar samtidigt som de fick öva dessa strategier på egen hand precis som Polya vill att eleverna ska få arbeta vid problemlösning (Polya, 1970). Skillnaden är dock att eleverna inte fick strategier av läraren utan fick komma på dem själv när de fick reflektera över hur en matematiker arbetar. Jag bedömer det som att eleverna gav sig själva verktyg på hur man kan lösa problem. Vissa elever hade svårt att koppla till hur en matematiker arbetar men då gav läraren ett mer konkret exempel som var kopplat till deras tidigare erfarenheter. Anna sade nämligen: ”Hur arbetade ni när ni löste det problemet som vi arbetade med förut?”

Annas handlingar under själva problemlösningen analyserades utifrån Lesters tabell och Polyas fyra faser.

### Förstå problemet (Polya, 1970)

1. *Läs problemet för klassen eller låt en elev läsa. Diskutera ord och formuleringar efter behov (Lester, 1996).*

Under genomgångarna var Anna aktiv genom att formulera problemet och stod centralt i klassrummet vid tavlan så att alla såg och hörde henne. Hon kopplade problemen till elevernas vardag genom att hänvisa till situationer de upplevt. Hon tog hjälp av eleverna som fick vara aktiva aktörer i problemet som skulle förklaras. På så sätt blev eleverna delaktiga i problemet och problemet blev mer personligt. T.ex. under observation 1 och 2 frågade läraren ifall de varit i ett garage någon gång och sett när bilar parkerat. Därefter frågade hon om någon hade en röd bil, en elev räckte upp handen och fick komma fram och hålla i ett rött A4-papper, sedan gjorde Anna likadant med grön respektive blå bil. Därefter fick eleverna ställa hypoteser för hur många gånger de tror att bilarna kan parkera. I en annan matteggömma som jag observerade fick de innan hon gav eleverna problemet bekanta sig med materialet. Problemet bestod av att de med hjälp av konkret material skulle bilda kuber av olika sorters kubnät. Innan de fick börja laborera fick de även där ställa hypoteser. För att eleverna skulle förstå ritade hon upp ett kubnät på tavlan och bad eleverna testa om det nätet bildar en kub.

2. *Ställ frågor som är relaterade till förståelsen av problemet. Fokusera på vad det frågas efter och vilka data som behövs för att lösa problemet (Lester, 1996).*

Denna punkt använde inte Anna sig av under mina observationer. Det verkade inte behövas eftersom eleverna förstod när hon gjorde dem delaktiga i problemet och de fick arbeta konkret.

### **Göra upp en plan (Polya, 1970)**

3. *Låt eleverna föreslå möjliga lösningsstrategier. Censurera inte och värdera inte idéerna vid det här tillfället. (När eleverna är mer framgångsrika kan denna aktivitet undvara) (Lester, 1996).*

Eleverna fick sedan komma med förslag på hur problemen kunde lösas och de testade dessa tillsammans. Under intervjun frågade jag Anna hur hon hade gjort om ingen elev hade kommit med en strategi. Hon berättade att hon då skulle ha visat, men bett eleverna nästa lektion att förklara strategin så hon visste att de förstod den t.ex. genom att låtas att hon inte kom ihåg hur de hade gjort och bett dem förklara.

Under observation 1 och 2 fick eleverna tillsammans i halvklass komma med förslag hur man kunde lösa problemet. Eleverna märkte själva att de behövde en plan hur de skulle komma ihåg hur bilarna redan parkerat. Anna frågade hur man kunde göra för att komma ihåg och en elev föreslog att man kan skriva upp på tavlan. Anna gjorde tre kolumner och skrev röd, blå och grön med respektive färg. En elev kom då på att man inte behöver skriva färgerna utan de räcker med att rita ett kryss eller en cirkel. I problemet under observation 3 och 4 fick eleverna uppgift att bilda kuber av så många olika sorters kubnät som möjligt. Läraren gav planen till dem genom att säga att de skulle rita upp de nät som bildar en kub på tavlan. Men vilka kubnät som bildade en kub och hur de skulle göra för att hitta en strategi berättade hon inte. Läraren lät eleverna testa sig fram.

### **Att genomföra planen (Polya, 1970)**

4. *Studera eleverna medan de löser problemet. Ställ frågor om deras arbete (Lester, 1996).*

Efter genomgången när eleverna fick lösa uppgiften tillsammans i hela gruppen fick de återgå till sin partner de fick i början av lektionen och fortsätta att lösa problemet med konkret material som läraren delade ut. Under en av observationerna fick eleverna sitta parvis men de arbetade individuellt med materialet och under en annan fick de arbeta parvis med materialet. Under lektioner när klassen arbetade med mattegömmor intog läraren en relativt passiv roll. Anna gick runt i klassrummet till de olika grupperna och lyssnade på deras resonemang. Anna stod väldigt sällan framför tavlan.

Denna fas syntes tydligt eftersom de elever som varit passiva under genomgången hade svårt med att förstå hur de skulle göra för att reda ut hur många olika sätt bilarna kunde parkera alternativt bilda kuber av kubnät. Många elever hade t.ex. svårigheter med att förstå hur man kunde forma kuben de nyss gjort till ett nät. Detta kan enligt Polya bero på att de fick strategin av läraren (Polya, 1970). Alla grupper fick ändå arbeta på egen hand i cirka tio minuter innan läraren kom och vägledde eleverna som var ute på fel spår. Något som jag observerade och som inte Lester har med i sin tabell är hur läraren ska förhålla sig när samarbetet i vissa grupper brister. För generellt var det framförallt samarbetet som eleverna behövde hjälp med när de arbetade parvis. Anna fick förklara ett flertal gånger att de skulle dela på materialet och resonera tillsammans.

5. *Ge ledtrådar till elever som kört fast eller blivit alltför frustrerade. Ställ frågor som hjälper eleverna att förstå problemet om det behövs (Lester, 1996).*

Om Anna märkte att en grupp kommit ifrån uppgiften alternativt var på fel spår gick hon in i samtalet efter dessa tio minuter och bad eleverna förklara hur de tänkte. Ofta hade de gjort samma lösning flera gånger men inte märkt det, alternativt hade de inte förstått hur man kunde veckla ut kubnet till ett kubnät. Anna fick backa till den första fasen och omformulera problemet och visade med hjälp av pappersbilarna respektive kubnätet några exempel så att eleverna skulle förstå problemet samt förstå syftet med planen så att de kunde gå vidare. Utöver denna åtgärd hjälpte hon eleven att till viss del lösa problemet när en elev inte kom vidare med hjälp av frågor och omformuleringar av problemen. Detta gjorde hon genom att visa med konkret material och peka på vissa aspekter. Eleven fick då till en viss del hjälp att lösa problemet, eftersom eleven inte kom vidare på egen hand bara genom att få stöd med att förstå problemet. Hon undvek att hjälpa elever med lösningar utan hon lade mest tyngdpunkt på att få eleven att förstå genom frågor och att använda sig av konkret material för att tydliggöra. Men detta synliggör en ny åtgärd som Lester inte nämner, nämligen att om en elev inte kommer vidare på egen hand får läraren hjälpa till.

6. *Be eleverna kontrollera sitt arbete mot förutsättningarna när de fått fram ett svar. 7. Ge en variant av problemet till elever som är tidigt färdiga med en lösning. (Till alla elever om tiden tillåter) (Lester, 1996).*

Elever som blev färdiga fick först titta igenom sina lösningar. Anna frågade dem hur de visste att de hittat alla lösningar och bad sedan de testa samma strategi med en ny försvårad variant av samma problem. Anna kontrollerade inte om det var rätt, utan lät dem testa sig fram med den strategin de funnit. Eleverna fick t.ex. testa hur många gånger det skulle gå och parkera med fyra bilar på fyra parkeringsplatser alternativt två bilar på tre parkeringsplatser.

### **Att se tillbaka (Polya, 1970)**

8. *Diskutera elevernas lösningar på problemet. Visa på olika sätt att lösa problemet (Lester, 1996).*

Anna samlade sedan alla elever vid ett bord och de fick gå igenom sina lösningar. De elever som hittat mönster berättade och läraren hjälpte till att generalisera genom att stötta upp deras förklaringar. Anna frågade hur de visste att de hittat alla genom att använda sig av frågor av allmän karaktär när eleverna ville ha hjälp att se tillbaka på problemet. T.ex. Hur vet du att du hittat alla lösningar som finns? Kan du se något mönster? Hur kom ni fram till lösningen? Går det att göra på något annat sätt? Hur vet ni att ni är klara? Men fick ingen respons. Därför använde sig läraren inte av denna åtgärd. Eleverna fick istället en ny uppgift att de av samma material skulle bilda en figur med så många sidor som möjligt.

Under intervjun berättade Anna att hon insåg att eleverna är ovana med arbetssättet och därför får generaliseringar och eftertanke komma senare när de blivit mer vana med att arbeta med mattegömmor. Nu i uppstarten vill hon istället lägga fokus på att de ska förstå problemet och genomföra lösningar genom att testa sig fram.

9. *Jämför det lösta problemet med problem som lösts tidigare. Diskutera lösningsvarianter (Lester, 1996).*

Eftersom jag observerade eleverna när de arbetade med mattegömmor för allra första gången använde sig läraren inte av att eleverna skulle få koppla problemet och/eller lösningen till andra liknande situationer.

*10. Diskutera speciella inslag i problemet sådana som överflödigt eller missledande information (Lester, 1996).*

Eftersom det inte var ett läsproblem såg jag inte denna fas.

## **Vad min studie tillför ytterligare till Lesters åtgärder och Polyas faser vid problemlösning**

Lesters och Polyas teoretiska ramverk fokuserar främst på läsproblem. Mina observationer visar dock att lärarens handlingar i situationer med konkreta problem och med laborativt material kan förstås utifrån detta ramverk. Anna ägnade mycket tid åt att låta eleverna bekanta sig med det konkreta materialet innan de fick problemet. Om eleverna ska använda sig av ett specifikt konkret material för att lösa problemen verkar det således viktigt att eleverna får bekanta sig med det innan de får problemet.

Jag bedömer det som att Lesters åtgärder och i viss grad även Polyas faser fokuserar på den kognitiva utvecklingen. Eleverna ska förstå problemet och komma fram till strategier. Vad jag noterade att Anna gjorde var att hon även lade betoning på den känslomässiga (affektiva) betydelsen när man ska förstå ett problem och finna strategier. Hon gjorde genomgångarna intressanta så att hon fångade upp elevernas uppmärksamhet. Detta kan läraren göra genom att till en början koppla problemet till elevernas vardag och gör eleverna till aktörer i själva problemet. På så sätt anser jag att eleverna blir mer delaktiga och mer nyfikna på att vilja lösa problemen. Anna behövde därför inte ställa frågor av mer kognitiv karaktär för att eleverna skulle förstå problemet. Eleverna förstod ändå.

- Om eleverna ska använda konkret material låt eleverna bekanta sig med materialet innan de får problemet. Detta för att bygga upp en trygghet för användandet av materialet.
- Lägg betoning på den känslomässiga betydelsen eftersom den uppenbarligen verkar ha en koppling till den kognitiva intelligensens utveckling. Gör eleverna delaktiga och koppla problemen till deras vardag så de blir mer engagerade och motiverade till att lösa problemen.

I Lesters åtgärder och Polyas fyra faser förklarar de att läraren enbart ska hjälpa eleven att förstå problemet genom att ställa frågor. Men vad jag såg under mina observationer är att Anna efter dessa frågor och en elev fortfarande inte förstår, hjälper eleven att till viss del lösa problemet, så att den kan komma vidare.

- Om någon elev fastnar trots frågor och stöttning för att förstå problemet får läraren hjälpa eleven att till viss del lösa problemet så att eleven kan gå vidare för att den inte ska riskera att fastna.

I Lesters och Polyas rekommendationer bedömer jag det som att de helst vill att man går igenom samtliga faser och åtgärder under en lektion. I mina observationer märkte jag att de inte var nödvändigt. Läraren försökte under första observationen men märkte att eleverna inte var redo för generaliseringar och gick därför vidare. Att lösa problem ska inte vara en stressfaktor för varken lärare eller elever. Om en elev är redo för att i alla fall till en början se en generalisering ska läraren definitivt uppmuntra detta. Läraren ska då finnas nära till hands och hjälpa eleven att förklara så att de andra eleverna har möjlighet att förstå.

- Ibland kan det vara svårt att uttrycka sig hur man tänker, därför ska läraren sätta sig in i vad det är eleverna försöker säga och stötta eleverna med begrepp så att de andra eleverna förstår.
- Eleverna ska inte bli stressade och tro att de måste finna en generalisering efter enbart en lektion. Åtgärderna 8,9 och 10 kan komma efterhand när läraren anser att eleverna är ”mogna” för det.
- Läraren behöver inte följa tabellen till punkt och pricka utan kan hoppa över vissa faser. Det handlar om att läsa av eleverna.

## **Hur syftet syns i det läraren gör**

Generellt anser jag att syftet går in i hur läraren använder sig av mattegömmor därför att eleverna får pröva att arbeta som matematiker. Läraren tydliggjorde det under första lektionen och eleverna blev insatta med hur de skulle använda sig av mattegömmor och varför de skulle göra det. Genom att läraren kopplar problemuppgifterna till elevernas vardag och låter dem vara aktörer i problemen tror jag att de kommer att nå målet att eleverna ska bli mer delaktiga i sin kunskapsutveckling. Läraren låter eleverna få prova sig fram och låter eleverna arbeta utan att hon ingriper så fort de är på fel spår. På så sätt får eleverna testa sig fram och öva på att inte bli så frustrerade när de inte direkt finner ett svar. Eleverna får arbeta parvis och på så sätt kommunicera och förklara hur de tänker och det är även det ett av syftena som skolan vill uppnå genom att arbeta med mattegömmor.

# Diskussion

Mattegömmor är ett konkret verktyg som en lärare kan välja att utgå från. Men att arbeta med mattegömmor gör inte automatiskt att eleverna blir bra problemlösare. Min studie visar i detalj hur en erfaren lärare går till väga för att göra mattegömmorna till en naturlig del av elevernas lärande i matematik.

Annas undervisning låg nära Lesters och Polyas idéer, trots att hon inte kommit i kontakt med någon av dem tidigare. Men min studie visar att hon även gjorde flera saker utöver deras förslag.

Medan Lesters åtgärder främst fokuserar på den kognitiva utvecklingen lade Anna även fokus på den känslomässiga utvecklingen. Hon gjorde eleverna känslomässigt engagerade genom att koppla problemen till deras vardag och tidigare erfarenheter. I Lgr 11 står det att eleverna ska kunna tillämpa sitt matematiska tänkande även i vardagliga situationer (Skolverket, 2011B). Tidigare forskning kring detta har visat att det finns en risk med att koppla problemen till elevernas vardag. Risken är att kunskapen kan bli kontextbunden och det kan i sin tur orsaka att eleverna inte förstår att lösningarna kan tillämpas på andra sorters problem. Därför har matematiken i skolan varit abstrakt i förhoppning om att eleverna lättare ska förstå generaliseringar. Men det har istället orsakat att eleverna definitivt inte ser något sammanhang mellan matematiken i skolan och matematiken i vardagen (Wistedt, 1991).

Min studie tyder på att genom att koppla problemen till elevernas vardag minskar behovet av att arbeta med de mer kognitiva delarna av elevernas förståelse. Eleverna förstod ändå när problemen var relaterade till deras tidigare erfarenheter. Men eftersom det finns studier som visar att det även kan ha en negativ inverkan är detta ett område som det behövs göra fler studier inom. I kursplanen för matematik står det även att eleverna ska kunna lösa problem som inte är kontextbundna (Skolverket, 2011A). Hur balansen mellan vardagsrelaterade problem kontra icke kontextbundna problem ska vara bedömer jag det behövs mer studier kring. Jag är övertygad om att båda krävs, men vad ska man börja med och hur ska fördelningen vara? I min studie är det emellertid uppenbart att Anna, som är en erfaren lärare, tydligt valde att börja i det som ligger nära eleverna.

I Lesters (1996) och Polyas (1970) åtgärder och ageranden nämns inte konkret material eftersom de enbart fokuserar på läsproblem. Men deras idéer går att använda även till vardagsrelaterade problem med användning av konkret material. Anna gav eleverna tid till att bekanta sig med de laborativa materialen i mattegömmorna så att de skulle få en trygghet till materialet. Enligt tidigare studier som jag nämnt i min inledning har konkret material en positiv inverkan på elevernas förståelse av problemet (Brown, 2007), men även på den fortsatta matematiska utvecklingen (Allen, 2007).

Jag tror dock att det är viktigt att det konkreta materialet används på rätt sätt. Det går inte att bara ge ett för eleverna obekant material till dem och tro att de genast kan använda sig av det när de ska lösa problem. Eleverna måste, som min studie av Anna visar, få bekanta sig med materialet genom att leka med det så att de får en trygghet till materialet. Om man ser det från ett konstruktivistiskt perspektiv blir det konkreta materialet elevernas verktyg till att konstruera nya tankeprocesser och kunskaper samt finna strategier (Riesbeck, Schoultz & Wyndhamn, 2000; Malmer, 2002).

Enligt Lester (1996) och Polya (1970) ska läraren vid vägledning lägga fokus på förståelsen av problemet. Vägledningen ska enligt dem bestå av frågor, och inte av direkt hjälp att lösa problemet. Mina resultat tyder dock på att läraren ibland faktiskt behöver hjälpa elever att till viss del lösa problemet, så att de överhuvudtaget ska komma vidare. Anna ställde först frågor i enlighet med

Lesters och Polyas teorier. Men för vissa elever var inte det tillräckligt. När hon hjälpte eleverna en bit in i lösningen verkade de förstå och de kunde därefter fortsätta på egen hand.

Jag tolkar det som att Lester (1996) och Polya (1970) menar att läraren ska gå igenom samtliga åtgärder och faser under en och samma lektion. Mina resultat visar att detta inte är nödvändigt. Anna valde att vänta med fasen *Att se tillbaka* (Polya, 1970) liksom med åtgärder som är inlagda i *efter problemet* (Lester, 1996) tills hon bedömde att eleverna var redo för generaliseringar och kopplingar till andra problem. De olika faserna och åtgärderna måste få ta den tid de behöver men det är viktigt att lärare arbetar med samtliga. Läraren måste även förklara sambandet mellan de olika faserna, och att alla behövs och inverkar på varandra (Dahlgren, m.fl. 1991). En fundering jag har är hur fördelningen ska vara mellan de olika faserna och åtgärderna i undervisningen. Vilken ska läraren ägna mest tid till i undervisningen för att det ska vara optimalt för elevernas lärande? Anna som är en erfaren lärare valde att främst lägga fokus på förståelsen av problemet samt att eleverna ska få testa sig fram och finna strategier. Anna gjorde ett urval för när eleverna är redo för de olika delarna.

Anna förklarade tydligt för eleverna vad som är syftet med att arbeta med mattegömmor. Detta är någonting som inte tas upp av Lester och Polya, vilka snarare verkar uppfatta förståelsen av problemet som det centrala problemet för att få eleverna motiverade. Mina resultat tyder dock på att det är viktigt att tillsammans med eleverna först resonera om varför de arbetar på detta sätt. De behöver inse att de arbetar med matematik när de arbetar laborativt med problemlösning och att det faktiskt är så riktiga matematiker arbetar (Williams, 2010-11-08).

Anna menar att så som eleverna arbetar när de arbetar med mattegömmor alltid ska genomsyra sättet att arbeta med matematik. Om eleverna arbetar t.ex. med tiotalsovergångar i subtraktion ska de inte bara räkna ut talet utan även automatiskt fundera över hur man kan bevisa att svaret är rätt. Problemlösning ska inte bli något som eleverna får arbeta med en gång i veckan i form av "Veckans problem" alternativt "Veckans kluring" utan det ska bli en del av matematikundervisningen (Dahlgren m.fl., 1991). Anna arbetar nu med att implementera mattegömmor i den ordinarie matematikundervisningen så att eleverna ska förstå att det är en del av matematiken. Problemlösning är någonting man måste öva på för att bli bättre, men även att inte ge sig när man löst ett problem utan vända och vrida på samma problem och se det från olika perspektiv (Dahlgren m.fl., 1991).

Resultaten från min studie är användbara för lärare som planerar att börja använda sig av mattegömmor, eller någon annan metod för problemlösning, i sin undervisning. Resultaten bidrar dessutom med att förfina de teoretiska idéer om att undervisa genom problemlösning som finns, genom att föra in ett antal nya aspekter som framträder först i själva klassrumspraktiken.

# Litteraturförteckning

- Ahlberg, Ann (1995). *Barn och matematik*. Lund: Studentlitteratur.
- Allen, Crystal (2007). *An action based research study how using manipulatives will increase students' achievement in mathematics*. Marygrove College.
- Brown, Sonya E. (2007). *Counting Blocks or Keyboards? A Comparative Analysis of Concrete Versus Virtual Manipulatives in Elementary School Mathematics Concepts*. Marygrove College.
- Björndal, Cato R. P. (2005) *Det värderande ögat*. Stockholm: Liber AB.
- Dahlgren, Lars Owe. Fritzén, Lena. Sjöström, Bo. & Wallebäck, Margareta (1991). Problemlösning som mål och medel. i Göran Emanuelsson, Bengt Johansson & Ronnie Ryding, *Problemlösning*. Lund: Studentlitteratur.
- Ejvegård, Rolf (2009). *Vetenskaplig metod*. Lund: Studentlitteratur.
- Emanuelsson, Göran. Wallby, Karin. Johansson, Bengt. & Ryding, Ronnie (1996). Problemlösning. I Göran Emanuelsson, Karin Wallby, Bengt Johansson, & Ronnie Ryding, *Matematik - Ett kommunikationsämne*. Göteborg: Nämnaren.
- Griesser, Sara Anne (2001). *A study of the problem solving abilities of seventh grade students who received anchored problemsolving instructions*. Department of teacher education: Johnson bible college.
- Hartman, Sven (2003). *Skrivhandledning för examensarbeten och rapporter*. Stockholm: Natur och Kultur.
- Kullberg, Birgitta (2004). *Etnografi i klassrummet*. Lund: Studentlitteratur.
- Johansson, Bo & Svedner, Per Olov (2010). *Examensarbetet i lärarutbildningen. Undersökningsmetoder och språklig utformning*. 5:e upplagan, Uppsala: Kunskapsföretaget i Uppsala AB Läromedel och utbildning.
- Kvale, Steinar (1997). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur.
- Lester, Frank (1985). Methodological considerations in research on mathematical problem – solving instruction. i Edward. A. Silver, *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. Hillsdale, N.J: Lawrence Erlbaum.
- Lester, Frank (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for research in mathematics education* , 660-675.
- Lester, Frank (1996) Problemlösningens natur. i Göran Emanuelsson, Karin Wallby, Bengt Johansson & Ronnie Ryding, *Matematik - Ett kommunikationsämne*. Göteborg: Nämnaren.
- Malmer, Gudrun (2002). *Bra matematik för alla*. Lund: Studentlitteratur.
- Pólya, George (1970). *Problemlösning. En handbok i rationellt tänkande*. Stockholm: Bokförlaget Prisma.
- Repstad, Pål (2007) *Närhet och distans. Kvalitativa metoder i samhällsvetenskap*. 4:e upplagan. Lund: Studentlitteratur.



- Riesbeck, Eva. Schoultz, Jan & Wyndham, Jan (2000). *Problemlösning som metafor och praktik*. Linköping: Linköpings universitet.
- Skolverket (2000). *Kursplan för matematik*. Stockholm: Fritzes.
- Skolverket (2011A). *Kursplan i matematik i grundskolan*. Stockholm: Fritzes.
- Skolverket (2011B). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet*. Stockholm: Fritzes.
- Skoogh, Lennart & Johansson, Håkan (1991). Att undervisa i problemlösning. i Göran Emanuelsson, Bengt Johansson & Ronnie Ryding, *Problemlösning*. Lund: Studentlitteratur.
- Vetenskapsrådet (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet.
- Williams, Douglas (2010-11-08). *Lära sig arbeta som matematiker*. Gröndalsskolans aula: Nynäshamn.
- Wistedt, Inger (1991). Om vardagsanknytning av skolmatematiken. i Göran Emanuelsson, Bengt Johansson & Ronnie Ryding, *Problemlösning*. Lund: Studentlitteratur.

# Bilagor

## Bilaga 1: Missivbrev

Hej!

Mitt namn är Therese Fredriksson och går min näst sista termin på lärarutbildningen på Stockholms Universitet.

Just nu skriver jag mitt examensarbete om hur man kan arbeta med problemlösning inom matematik, och eftersom klassen precis börjat med ett arbetssätt kallat Mattegömmor väljer jag att skriva om denna undervisningsmetod.

Jag kommer att observera eleverna när de arbetar med mattegömmor samt även eventuellt ställa några frågor till några av eleverna kring vad de tycker om mattegömmor. Självklart får eleverna själva välja om de vill svara på mina frågor eller inte, och de får även mitt under den korta intervjun avbryta och välja att inte svara på några fler frågor.

För att inte missa någon viktig detalj har jag valt att använda mig av bandinspelning och spela in elevernas svar. Men detta kommer att raderas när mitt examensarbete är godkänt och publicerat.

Jag vill poängtera att eleverna kommer vara fullt anonyma. Jag kommer inte nämna skolans namn eller kommun, samt inte ge ledtrådar som kan spåras till kommunen, skolan och klassen.

Jag hoppas att samtliga elever vill vara med i min studie och att ni samtycker, men det är självklart helt okej om ni eller ert barn inte vill delta.

Kontakta gärna [Klasslärarens namn] om ni inte vill att ert barn är med i studien.

Om ni har några frågor är det bara att kontakta mig.

Med vänlig hälsning

Therese Fredriksson

Mail: [thfr5731@student.su.se](mailto:thfr5731@student.su.se)

## Bilaga 2: Observationsmall

Datum:

Observatör: Therese Fredriksson

Observatörens placering: Längst bak i klassrummet.

Plats: Klassrum

Närvarande: Therese (observatör), lärare Anna och X antal elever.

Material: Löpande anteckningar samt att läraren har en mikrofon i bakfickan kopplat till en Ipod.

Vad observeras: Hur läraren använder sig av mattegömmor i undervisningen samt hur läraren vägleder elever som vill ha hjälp med sin mattegömma.

Verksamhet och tidpunkt	Elevagerande	Läraragerande
-------------------------	--------------	---------------

## Bilaga 3: Intervju

### Ämnesområdet arbetet med mattegömmor

- Hur kom du i kontakt med arbetssättet?
- Vad var din första uppfattning kring arbetssättet?
- Vad lockade dig till att använda dig av mattegömmor?
- På vilket sätt är mattegömmor en tillgång i matematikundervisningen?
- Beskriv hur du idag arbetar med mattegömmor
- Skulle du vilja arbeta på ett annorlunda sätt?
- Har du än så länge märkt några svårigheter med att använda dig av mattegömmor?
- Om en elev vill ha hjälp under mattegömmorna, hur vill du hjälpa den?
- Arbeta i grupp kontra individuellt med mattegömmor..fördelar och nackdelar

### Syfte

- Vad vill du att lärare ska ”få ut” av att arbeta med mattegömmor?
- Hur kan ni få ut det av att arbeta med mattegömmor?
- Vad vill du att eleverna ska lära sig?
- Hur kan de lära sig de via mattegömmor?
- Vad hoppas ni att ni når för resultat?
- Hur tror du att ni kan nå det resultatet genom att använda mattegömmor?

## Bilaga 4: Enkät

### Enkät angående mattegömmor

**Pojke**

**Flicka**

1. Hur mycket matematik anser du att du lär dig när ni arbetar med mattegömmor?

Ingenting

Lite

Ganska mycket

Veldig mycket

2. Vad tycker du om att arbeta med mattegömmor?

Ingen åsikt

Tråkigt

Ganska roligt

Veldig roligt

3. Tycker du att du lär dig mer matematik när du arbetar med mattegömmor än när du arbetar i matteboken?

Ingen åsikt

Ja

Nej

4. Skulle du vilja att ni arbetade mer med mattegömmor?

Ingen åsikt

Ja

Nej

5. Tror du att du skulle kunna nå alla uppnående mål för årskurs 3 inom matematik genom att enbart arbeta med mattegömmor?

Ingen åsikt

Ja

Nej

6. Om du fick välja att enbart arbeta med mattegömmor eller enbart att arbeta i matematikboken. Vad skulle du välja?

Ingen åsikt

Mattegömmor

Matematikboken

Tack för att ni tog er tid och svarade på frågorna!

Hälsningar

Therese

Stockholms universitet/Stockholm University  
SE-106 91 Stockholm  
Telefon/Phone: 08 – 16 20 00  
[www.su.se](http://www.su.se)



**Stockholms  
universitet**